

АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ КРИВОЛИНЕЙНОЙ МНЛЗ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В. Н. Ткаченко, А. А. Иванова (*Институт прикладной математики и механики
НАН Украины, г. Донецк*)

Рассматривается нестационарная задача нахождения двумерного поля температур и положения фронта затвердевания непрерывного стального слитка внутри МНЛЗ. Положение границы раздела фаз определяется непосредственно из условия равенства температур и условия Стефана. Граничные условия для боковых граней слитка учитывают конвективный и лучистый механизмы теплоотвода, а также зависимость коэффициентов теплоотдачи от температуры окружающей среды, расположения форсунок и расхода охлаждающей воды в каждой секции. В результате моделирования исследовано влияние различных режимов охлаждения на распределение температуры вдоль поверхностей и внутри движущейся заготовки а также на глубину и форму жидкой лунки при разных скоростях вытягивания слитка.

Одной из основных задач, возникающих перед исследователями процессов непрерывной разливки стали, является задача нахождения температуры внутри слитка, толщины твердой фазы на различных уровнях и глубины жидкой лунки. Правильно выбранный стабильный температурный режим является одним из главных условий успешного проведения процесса разливки [1]. Его нарушения часто приводят к полной потере плавки или к массовому браку в слитках, а иногда и к серьезным авариям на машине непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) [2].

Математическое моделирование является простым, но эффективным инструментом инженерных исследований, позволяющим оптимизировать рабочие параметры непрерывной разливки, повысить качество разливаемой заготовки и снизить производственные затраты.

Моделированию теплофизических процессов непрерывной разливки посвящено множество работ. Однако почти все они используют одномерные модели. А те, в которых используются двумерные модели, описывают поле температур в прямоугольной системе координат, что является довольно грубым допущением при моделировании криволинейных и радиальных МНЛЗ, и далее будет показано, что кривизна влечёт за собой асимметрию распределения температур даже при одинаковых условиях теплообмена на обеих поверхностях слитка. Также в большинстве исследований предлагается так называемый метод «размазывания» в качестве численного метода расчета задачи кристаллизации, при использовании которого положение фронта затвердевания остаётся известным лишь приближенно.

В данной работе предложена математическая модель процессов кристаллизации с учетом тепло- и массопереноса в осевом направлении, а уравнения теплообмена на криволинейных участках записаны в полярных координатах, что позволяет наиболее точно аппроксимировать геометрию рассматриваемой области. Кроме того, разработан специальный алгоритм, позволяющий наблюдать положение границы кристаллизации в любой момент времени.

Математическая модель

При построении математической модели приняты следующие допущения:

1. Тепловой поток в направлении перпендикулярном плоскости Oxz пренебрежимо

мал.

2. Распределение температур в кристаллизаторе симметрично относительно оси Oz.
3. Считается, что жидкая и твёрдая фазы разделены чёткой границей (линией), а не полосой, а температура затвердевания средняя из интервала ликвидус – солидус.
4. В случае, когда разливка проводится не под шлаком, учитываются потери тепла от зеркала расплава только за счёт излучения, поскольку конвекция играет незначительную роль [3].
5. Кристаллизатор – недеформируемое тело.
6. Не учитываются возвратно-поступательное движение кристаллизатора и трение между поверхностями слитка и кристаллизатора.
7. В связи с тем, что между поверхностью слитка в кристаллизаторе и стенкой кристаллизатора всегда существует некоторый зазор, обусловленный шероховатостями поверхностей и усадкой слитка, вводится в рассмотрение эффективная толщина газового зазора δ_3 [3].

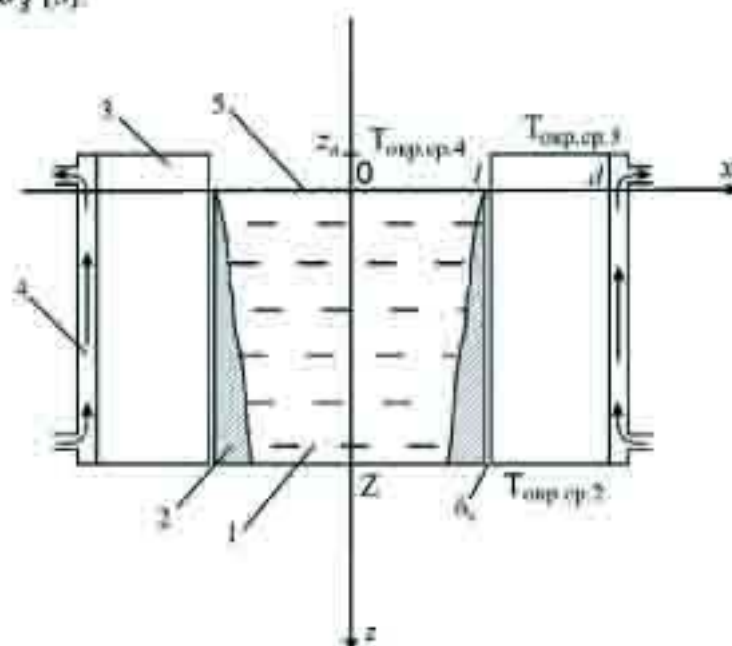


Рисунок 1. Тепловая схема кристаллизатора. 1 – жидкая фаза; 2 – твёрдая фаза; 3 – стенка кристаллизатора; 4 – охлаждающая вода; 5 – зеркало расплава.

Уравнение теплопроводности для металла на прямолинейных участках МНЛЗ выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial \tau} + v(\tau) \frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial z} = \frac{1}{c(T, x, z) \rho(T, x, z)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \right\}, (1)$$

где $v(\tau)$ – скорость вытягивания слитка, (м/с); T – температура в жидкой и твёрдой фазах, (К); c – удельная теплоёмкость металла, (Дж/(кг·К)); ρ – плотность, (кг/м³); λ – теплопроводность, (Вт/(м·К)).

Граничные условия при $z = 0$. Поскольку основные потери тепла от зеркала расплава получаются за счёт излучения, а конвекция играет незначительную роль в передаче тепла, то тепловой поток от жидкой стали можно выразить уравнением

$$-\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} = C_a \left[\left(\frac{T|_{z=0}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{окр.сп.д}}}{100} \right)^4 \right], \quad (2)$$

где C_a – приведённый коэффициент излучения, Вт/(м²К⁴); T_a – абсолютная температура излучающей жидкой стали; $T_{\text{окр.сп.д}}$ – абсолютная температура окружающей среды. При разливке под шлаком тепловой поток от зеркала расплава можно считать равным нулю.

Остальные граничные условия для слитка внутри кристаллизатора:

при $x = 0$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (3)$$

при $x = l$

$$\lambda(T) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=l} = \frac{\lambda_{г-з}}{\delta_z} (T|_{x=l} - T|_{x=l+\delta_z}) + C_r \left[\left(\frac{T|_{x=l}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T|_{x=l+\delta_z}}{100} \right)^4 \right], 0 < z \leq Z, \quad (4)$$

где $\lambda_{г-з}$ – коэффициент теплопроводности газовой смеси в зазоре; $T|_{x=l}$ – температура поверхностей слитка и кристаллизатора соответственно; δ_z – толщина газового зазора, приведённая степень черноты.

Условия на границе раздела фаз:

– условие равенства температур

$$T(\tau, x, z)|_{x=\xi(\tau, z)} = T(\tau, x, z)|_{x=\xi_0(\tau, z)} = T_{\text{ф}}, \quad (5)$$

– условие Стефана

$$\lambda(T, x, z) \left. \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \right|_{x=\xi(\tau, z)} - \lambda(T) \left. \frac{\partial T}{\partial \bar{n}} \right|_{x=\xi_0(\tau, z)} = \mu \rho(T_{\text{ф}}) \left(\frac{\partial \xi}{\partial \tau} + v \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z} \right), 0 \leq z \leq Z, \quad (6)$$

где ξ – граница раздела фаз есть функция двух переменных $x = \xi(\tau, z)$, μ – скрытая теплота кристаллизации, (Дж/кг); $T_{\text{ф}}$ – температура кристаллизации (средняя из интервала ликвидус – солидус), $\bar{n}$ – нормаль к поверхности раздела фаз.

Начальное положение границы раздела фаз

$$\xi(0, z) = \xi_0(z) \quad (7)$$

и «граничное» условие для функции ξ :

$$\xi(\tau, 0) = l \quad (8)$$

Уравнение теплопроводности для стенки кристаллизатора:

$$\frac{\partial T(\tau, x, z)}{\partial \tau} = \frac{1}{\alpha(T, x, z) \rho(T, x, z)} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right] \right\}, \quad z_0 < z < Z, l < x < d \quad (9)$$

Граничные условия для стенки кристаллизатора:

$$\text{при } x=d \quad \lambda(T, x, z) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=d} = \alpha_1 (T_s - T|_{x=d}), \quad z_0 < z < Z,$$

$$\begin{aligned} \text{при } z=Z \quad \lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=Z} &= \alpha_2 (T_{\text{окр. ср. 2}} - T|_{z=Z}), \quad l < x < d, \\ \text{при } z=z_0 \quad -\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=z_0} &= \alpha_3 (T_{\text{окр. ср. 3}} - T|_{z=z_0}), \quad l < x < d, \end{aligned} \quad (10)$$

при $x=l+\delta_y$

$$\lambda(T, x, z) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=l+\delta_y} = \frac{\lambda_{r,2}}{\delta_y} (T|_{x=l} - T|_{x=l+\delta_y}) + C_s \left[\left(\frac{T|_{x=l}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T|_{x=l+\delta_y}}{100} \right)^4 \right], \quad 0 < z \leq Z$$

при $x=l+\delta_y$ (над мениском)

$$\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=l+\delta_y} = \alpha_4 (T_{\text{окр. ср. 4}} - T|_{x=l}) + C_s \left[\left(\frac{T_{\text{окр. ср. 4}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T|_{x=l}}{100} \right)^4 \right], \quad z_0 < z < 0,$$

где α_1 – коэффициент теплоотдачи от стенки кристаллизатора к охлаждающей воде, $(\text{Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К})$; T_c – температура охлаждающей воды, $\alpha_{2,3,4}$ – коэффициенты теплоотдачи от стенки кристаллизатора в окружающую среду, $T_{\text{окр. ср. 2,3,4}}$ – температура окружающей среды.

Температура охлаждающей воды в канале кристаллизатора описывается следующим балансовым уравнением:

$$c_p S_B v_B \frac{\partial T_w(\tau, z)}{\partial z} = P_c \alpha_1 (T_s(\tau, z) - T|_{x=l}) - P_{\text{вн}} \alpha_{\text{вн}} (T_s(\tau, z) - T_{\text{вн}}), \quad (13)$$

где c_p – объёмная теплоёмкость воды, $\text{Дж}/(\text{К} \cdot \text{м}^3)$; S_B – сечение для прохода воды, м^2 ; v_B – скорость движения воды, $\text{м}/\text{с}$; P_c – периметр стенки кристаллизатора, м ; $P_{\text{вн}}$ – периметр внешней стенки, м ; $\alpha_{\text{вн}}$ – коэффициент теплоотдачи от воды к внешней стенке, $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; $T_{\text{вн}}$ – температура внешней стенки.

Известна температура охлаждающей воды на входе в канал кристаллизатора:

$$T_w(0, Z) = T_w(\tau) \quad (14)$$

и её начальное распределение внутри канала:

$$T_w(0, z) = T_{\text{вн}}(z) \quad (15)$$

Уравнения теплопроводности для металла на криволинейных участках МНЛЗ выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} + \theta_w(\tau) \frac{\partial T(\tau, r, \varphi)}{\partial \varphi} &= \frac{1}{c(T, r, \varphi) \rho(T, r, \varphi)} \cdot \\ &\cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{\lambda(T, r, \varphi)}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

где θ_j – угловая скорость движения слитка на j -м криволинейном участке, $\xi_1(\varphi)$ и $\xi_2(\varphi)$ – границы раздела фаз.

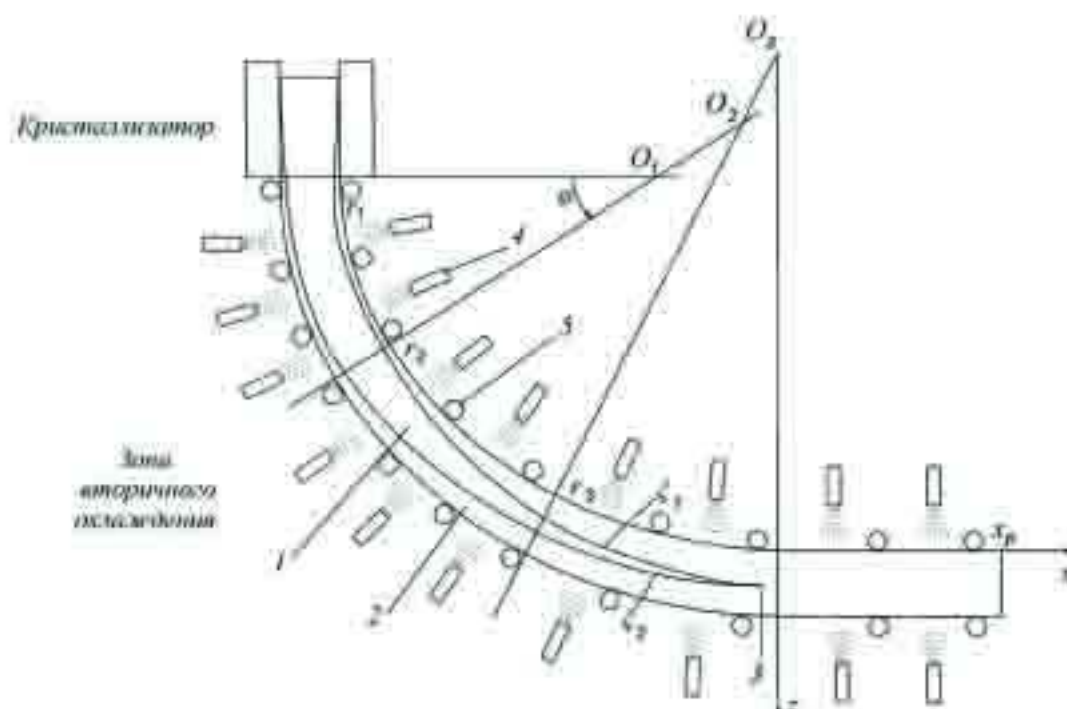


Рисунок 2. Схема ЗВО. 1 – жидкая фаза; 2 – твердая фаза; 3 – точка окончательной кристаллизации (глубина жидкой фазы); 4 – форсунки, подающие водовоздушную смесь; 5 – ролики

Условия равенства температур на границе раздела фаз:

$$T(\tau, r, \varphi) \Big|_{r=\xi_{1,2}(\tau, \varphi)} = T(\tau, r, \varphi) \Big|_{r=\xi_{2,1}(\tau, \varphi)} = T_{\varphi}, \quad r_{1,2} = \xi_{1,2}(\tau, \varphi) \quad (17)$$

Условия Стефана:

$$\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\xi_{1,2}} - \lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\xi_{2,1}} = \pm \mu \rho_{\varphi} \left(\theta_{\varphi}(\tau) \cdot \frac{\partial \xi_{1,2}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \xi_{1,2}}{\partial \tau} \right), \quad (18)$$

$$\xi_1(0, \varphi) = \xi_{1,0}(\varphi), \quad \xi_2(0, \varphi) = \xi_{2,0}(\varphi).$$

Граничные условия на криволинейных участках:

– по внутреннему радиусу:

$$\lambda(T, r, \varphi) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_{\text{вн}}} = \alpha_m(W_{\varphi}(\tau), \varphi) \cdot (T|_{r_{\text{вн}}} - T_{\text{ам}}) + C_{\text{ам}}(T|_{r_{\text{вн}}}^4 - T_{\text{ам}}^4), \quad (19)$$

где α_m , $C_{\text{ам}}$, $T_{\text{ам}}$ – коэффициент теплоотдачи от поверхности слитка в окружающую среду, приведенный коэффициент излучения от поверхности слитка, температура окружающей среды в m -й секции ЗВО по внутреннему радиусу. И аналогично задаются граничные условия по внешнему радиусу.

Если жидкая фаза продолжается дальше точки выпрямления, то на прямолинейном участке ЗВО на границе раздела фаз также задаются условия равенства температур и условия Стефана, а также граничные условия на поверхности слитка.

В качестве граничных условий в конце прямолинейного участка выбраны условия Дирихле:

$$T(\tau, x, z) \Big|_{x=x_{\text{к}}} = f(z), \quad (20)$$

где $f(z)$ – функция, описывающая температуру в конце прямолинейного участка.

Задано начальное условие для всего поля температур на прямолинейных участках и на криволинейных участках соответственно:

$$T(0, x, z) = T_0(x, z) \quad (21)$$

$$T(0, r, \varphi) = T_0(r, \varphi).$$

Для решения поставленной задачи на всей области определения функции T строятся конечно-разностные сетки (рис. 3).

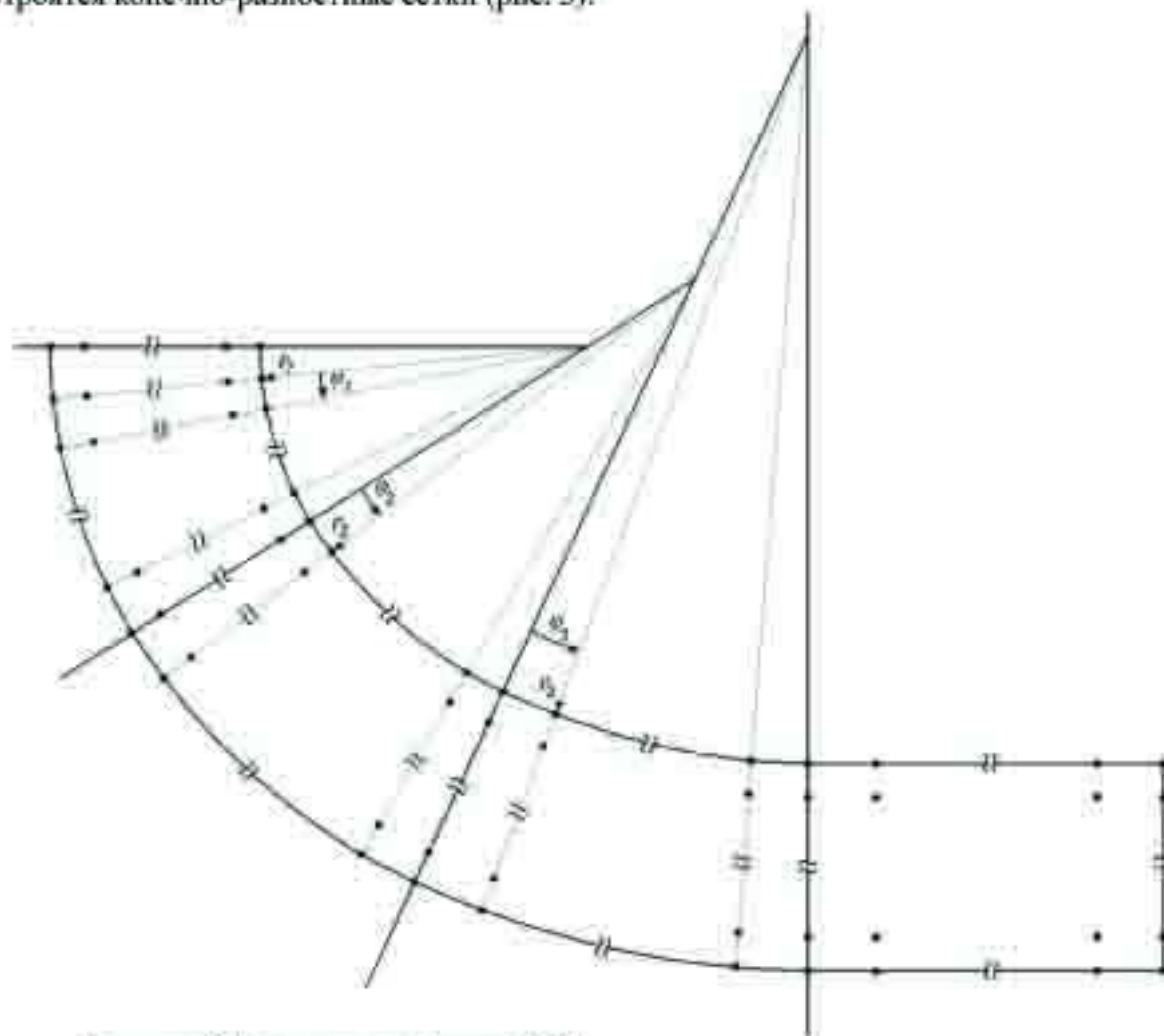


Рисунок 3. Сеточное разбиение ЗВО

Задаче (1) – (21) ставится в соответствие конечно-разностная задача, использующая явные схемы. Шаг по времени выбран таким, чтобы выполнялось условие устойчивости [4]. Предложен специальный метод нахождения положения границы раздела фаз на каждом временном шаге непосредственно из условий Стефана. Разработан и программно реализован алгоритм решения этой задачи. Общая картина теплового поля отражается на цветовой диаграмме.

Графически отображаются значения температуры на поверхностях и на различных уровнях внутри слитка (рис. 4). На графиках отражены величины и характер перепадов температуры на поверхности, подвергающейся принудительному охлаждению, и на некотором расстоянии от поверхности. Расчёты по предложенной модели показали,

что температура на поверхности по внешнему радиусу несколько выше температуры поверхности по внутреннему радиусу при совершенно одинаковой интенсивности охлаждения, что подтверждается данными, полученными в заводских условиях. Мы можем наблюдать в динамике влияние изменения расхода воды в любой секции ЗВО на всё тепловое поле слитка.

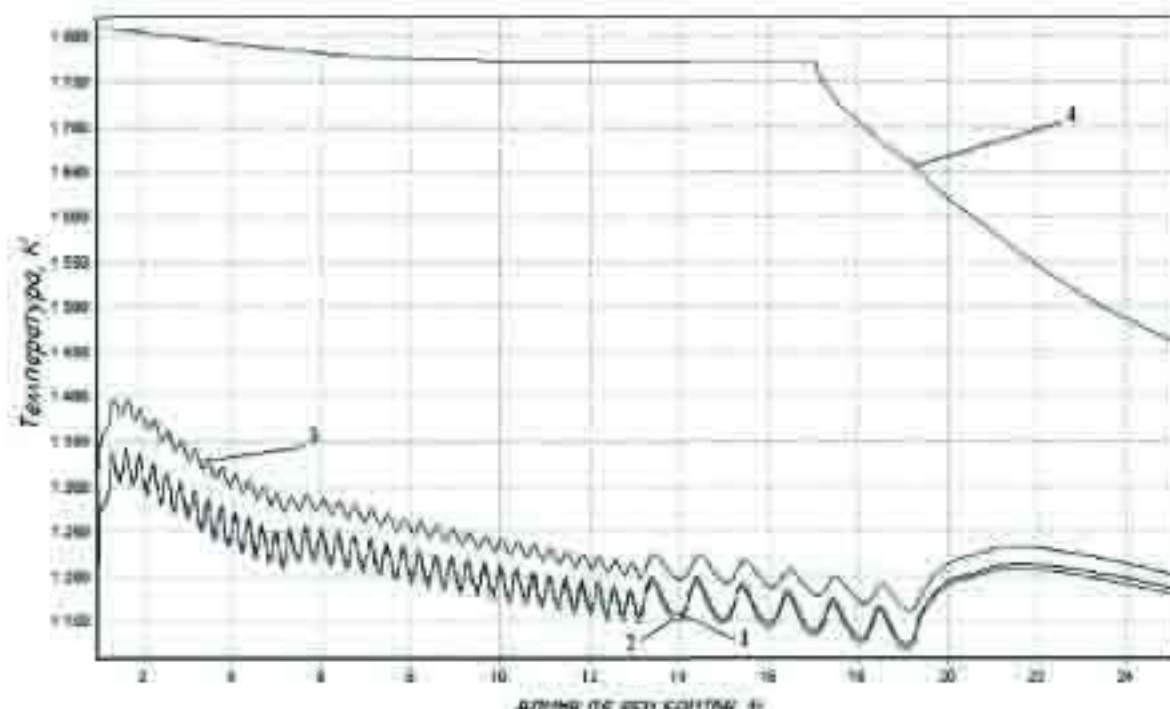


Рисунок 4. Температура слитка. 1 – на поверхности по внутреннему радиусу, 2 – на поверхности по внешнему радиусу, 3 – на расстоянии 4мм от внешней поверхности слитка, 4 – на оси слитка.

На рисунке 5 показана ситуация, когда не работает (например, по причине закупорки) одна из форсунок. В данном случае не работает 7-я форсунка по внешнему радиусу. Видно, что температура поверхности по внешнему радиусу до 7-й форсунки несколько меньше, чем по внутреннему. Далее под 7-й форсункой наблюдается рост температуры. И затем на некотором расстоянии температура внешней поверхности превышает температуру по внутренней. Однако под 11-й форсункой они становятся равными, и в дальнейшем температура по внутреннему радиусу снова превышает «внешнюю».

Кроме того, исследована динамика изменения глубины жидкой фазы в зависимости от изменения скорости вытягивания слитка или изменений расхода воды на любом из участков охлаждения. На рис.6 представлены графики зависимости глубины жидкой фазы от скорости вытягивания слитка при различных режимах охлаждения.

Таким образом, предложенные математическая модель и программные средства для ее расчета позволяют наблюдать двумерное тепловое поле по среднему сечению слитка в процессе непрерывной разливки в любой точке и в любой момент времени, а также прогнозировать динамику его изменений в случае изменения параметров процесса, в том числе и при возникновении нестандартных ситуаций.

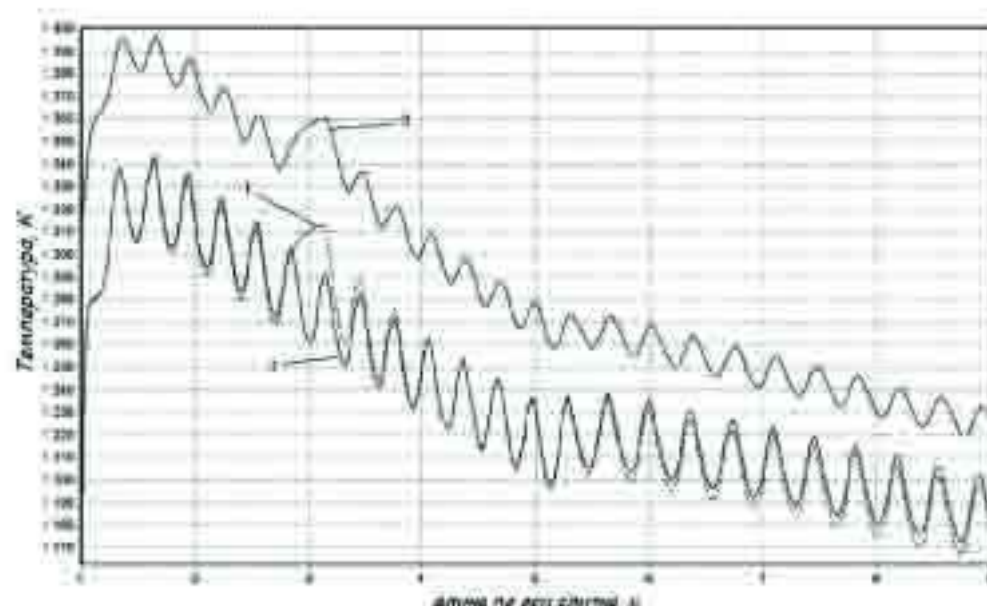


Рисунок 5. Температура слитка в случае, когда не работает 7-я форсунка по внешнему радиусу. 1 – температура поверхности слитка по внешнему радиусу, 2 – температура поверхности по внутреннему радиусу, 3 – температура внутри слитка на расстоянии 4мм от «внешней» поверхности

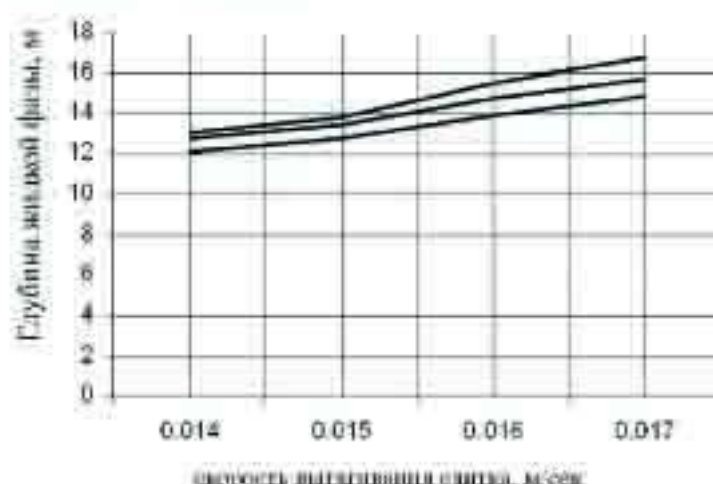


Рисунок 6. Глубина жидкой фазы

Литература

1. Борисов В.Т. Теория двухфазной зоны металлического слитка. -М.: Металлургия, 1987.-224 с.
2. Смирнов А.Н., Пилушенко В.Л., Минаев А.А., Момот С.В., Белобров Ю.Н. Процессы непрерывной разливки стали. – Донецк: ДонНТУ, 2002. – 536 с.
3. Лисенко В.Г., Лобанов В.И., Китаев Б.И. Теплофизика металлургических процессов. М.: Металлургия, 1982.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966. – 724 с.

© Ткаченко В. Н., Иванова А. А. 2006